Fakultet kemijskog inženjerstva i tehnologije
Zavod za matematiku

Matematika 1
3. kolokvij

23. siječnja 2016.

1. dio, grupa A

Ime i prezime:

Smjer:

Matični broj:

Napomena:
Kolokvij se sastoji od dva dijela koja se pišu po 55 minuta. Od pomagala su dopušteni šestar, kutomjer i ravnalo. Strogo će se sankcionirati svaka uporaba mobilnih uređaja tijekom ispita.

1	2	3	4	5	**ukupno**

1. (i) Napišite formulu za derivaciju kompozicije dviju funkcija. (1 bod)

(ii) Derivirajte funkciju $f(x) = \arctan\sqrt{x+1}$ koristeći se gornjom formulom. (1 bod)

(iii) Napišite formulu za derivaciju inverzne funkcije. (1 bod)

(iv) Derivirajte funkciju $f^{-1}(x) = \sqrt[5]{x+3}$ koristeći se gornjom formulom, uzimajući u obzir da je njoj inverzna funkcija $f(x) = x^5 - 3$. (1 bod)

2. (i) Napišite formulu kojom se definira derivacija funkcije f u x_0. (1 bod)

(ii) Koristeći se gornjom formulom izvedite derivaciju funkcije $f(x) = \frac{4}{x^2+3}$. (1 bod)

(iii) Nacrtajte graf funkcije $f(x) = x^3 - 3$ te (bez računanja!) pripadnu tangentu u točki s prvom koordinatom $x_0 = 1$. (1 bod)

(iv) Nađite računski jednadžbu tangente iz (iii). (1 bod)

3. Predočite crtežom i zapišite uvjete preko derivacija za usporeni i ubrzani rast te usporeni i ubrzani pad funkcije. (4 boda)

4. (i) Napišite nužan uvjet za lokalni ekstrem funkcije f pomoću derivacija i objasnite ga geometrijski. (1 bod)

   (ii) Pod kojim dovoljnim uvjetom će u točki x_0 koja zadovoljava uvjet iz (i) nastupiti lokalni minimum, a pod kojim lokalni maksimum? Obrazložite analitički (formulom) i geometrijski! (1 bod)

(iii) Crtežom predočite sve slučajeve u kojima točka infleksije predstavlja gladak prijelaz iz intervala konveksnosti u interval konkavnosti. (1 bod)

(iv) Računski odredite sve lokalne ekstreme funkcije $f(x) = (x-2)^2(x-4)^2$ i utvrdite gdje se radi o lokalnom minimumu, a gdje o lokalnom maksimumu. Napomena: funkciju derivirajte prema pravilu derivacije produkta. (1 bod)

5. (i) Napišite formulu za linearnu aproksimaciju funkcije f oko x_0. (1 bod)

(ii) Napišite formule za kvadratnu i kubnu aproksimaciju funkcije f oko x_0. (1 bod)

(iii) Odredite linearnu, kvadratnu i kubnu aproksimaciju funkcije $f(x) = \frac{7}{\sqrt[3]{x+3}}$ oko $x_0 = 5$. (1 bod)

(iv) Koristeći se formulama iz (iii) približno odredite $f(5.03)$. (1 bod)

Fakultet kemijskog inženjerstva i tehnologije
Zavod za matematiku

Matematika 1
3. kolokvij

23. siječnja 2016.

1. dio, grupa B

Ime i prezime:

Smjer:

Matični broj:

Napomena:
Kolokvij se sastoji od dva dijela koja se pišu po 55 minuta. Od pomagala su dopušteni šestar, kutomjer i ravnalo. Strogo će se sankcionirati svaka uporaba mobilnih uređaja tijekom ispita.

1	2	3	4	5	**ukupno**

1. (i) Napišite formulu za linearnu aproksimaciju funkcije f oko x_0. (1 bod)

(ii) Napišite formule za kvadratnu i kubnu aproksimaciju funkcije f oko x_0. (1 bod)

(iii) Odredite linearnu, kvadratnu i kubnu aproksimaciju funkcije $f(x) = \frac{6}{\sqrt[3]{x-2}}$ oko $x_0 = 10$. (1 bod)

(iv) Koristeći se formulama iz (iii) približno odredite $f(9.97)$. (1 bod)

2. Predočite crtežom i zapišite uvjete preko derivacija za usporeni i ubrzani rast te usporeni i ubrzani pad funkcije. (4 boda)

3. (i) Napišite nužan uvjet za lokalni ekstrem funkcije f pomoću derivacija i objasnite ga geometrijski. (1 bod)

   (ii) Pod kojim dovoljnim uvjetom će u točki x_0 koja zadovoljava uvjet iz (i) nastupiti lokalni minimum, a pod kojim lokalni maksimum? Obrazložite analitički (formulom) i geometrijski! (1 bod)

(iii) Crtežom predočite sve slučajeve u kojima točka infleksije predstavlja gladak prijelaz iz intervala konkavnosti u interval konveksnosti. (1 bod)

(iv) Računski odredite sve lokalne ekstreme funkcije $f(x) = (x-2)^2(x-6)^2$ i utvrdite gdje se radi o lokalnom minimumu, a gdje o lokalnom maksimumu. Napomena: funkciju derivirajte prema pravilu derivacije produkta. (1 bod)

4. (i) Napišite formulu kojom se definira derivacija funkcije f u x_0. (1 bod)

(ii) Koristeći se gornjom formulom izvedite derivaciju funkcije $f(x) = \frac{3}{x^2+2}$. (1 bod)

(iii) Nacrtajte graf funkcije $f(x) = x^3 - 2$ te (bez računanja!) pripadnu tangentu u točki s prvom koordinatom $x_0 = 1$. (1 bod)

(iv) Nađite računski jednadžbu tangente iz (iii). (1 bod)

5. (i) Napišite formulu za derivaciju kompozicije dviju funkcija. (1 bod)

(ii) Derivirajte funkciju $f(x) = \arctan\sqrt{x+3}$ koristeći se gornjom formulom. (1 bod)

(iii) Napišite formulu za derivaciju inverzne funkcije. (1 bod)

(iv) Derivirajte funkciju $f^{-1}(x) = \sqrt[7]{x+2}$ koristeći se gornjom formulom, uzimajući u obzir da je njoj inverzna funkcija $f(x) = x^7 - 2$. (1 bod)

Fakultet kemijskog inženjerstva i tehnologije
Zavod za matematiku

Matematika 1
3. kolokvij

23. siječnja 2016.

1. dio, grupa C

Ime i prezime:

Smjer:

Matični broj:

Napomena:

Kolokvij se sastoji od dva dijela koja se pišu po 55 minuta. Od pomagala su dopušteni šestar, kutomjer i ravnalo. Strogo će se sankcionirati svaka uporaba mobilnih uređaja tijekom ispita.

1	2	3	4	5	**ukupno**

1. (i) Napišite formulu kojom se definira derivacija funkcije f u x_0. (1 bod)

(ii) Koristeći se gornjom formulom izvedite derivaciju funkcije $f(x) = \frac{2}{x^2+5}$. (1 bod)

(iii) Nacrtajte graf funkcije $f(x) = x^3 - 4$ te (bez računanja!) pripadnu tangentu u točki s prvom koordinatom $x_0 = 1$. (1 bod)

(iv) Nađite računski jednadžbu tangente iz (iii). (1 bod)

2. (i) Napišite formulu za linearnu aproksimaciju funkcije f oko x_0. (1 bod)

(ii) Napišite formule za kvadratnu i kubnu aproksimaciju funkcije f oko x_0. (1 bod)

(iii) Odredite linearnu, kvadratnu i kubnu aproksimaciju funkcije $f(x) = \frac{5}{\sqrt[3]{x+4}}$ oko $x_0 = 4$. (1 bod)

(iv) Koristeći se formulama iz (iii) približno odredite $f(4.02)$. (1 bod)

3. (i) Napišite formulu za derivaciju kompozicije dviju funkcija. (1 bod)

(ii) Derivirajte funkciju $f(x) = \arctan\sqrt{x+2}$ koristeći se gornjom formulom. (1 bod)

(iii) Napišite formulu za derivaciju inverzne funkcije. (1 bod)

(iv) Derivirajte funkciju $f^{-1}(x) = \sqrt[9]{x+1}$ koristeći se gornjom formulom, uzimajući u obzir da je njoj inverzna funkcija $f(x) = x^9 - 1$. (1 bod)

4. Predočite crtežom i zapišite uvjete preko derivacija za usporeni i ubrzani rast te usporeni i ubrzani pad funkcije. (4 boda)

5. (i) Napišite nužan uvjet za lokalni ekstrem funkcije f pomoću derivacija i objasnite ga geometrijski. (1 bod)

   (ii) Pod kojim dovoljnim uvjetom će u točki x_0 koja zadovoljava uvjet iz (i) nastupiti lokalni minimum, a pod kojim lokalni maksimum? Obrazložite analitički (formulom) i geometrijski! (1 bod)

(iii) Crtežom predočite sve slučajeve u kojima točka infleksije predstavlja gladak prijelaz iz intervala konkavnosti u interval konveksnosti. (1 bod)

(iv) Računski odredite sve lokalne ekstreme funkcije
$f(x) = (x-4)^2(x-6)^2$ i utvrdite gdje se radi o lokalnom minimumu, a gdje o lokalnom maksimumu. Napomena: funkciju derivirajte prema pravilu derivacije produkta. (1 bod)